

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a VIII-a

1. Demonstrați că numărul $A = 2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 + 1$ este pătrat perfect.

Supliment, G.M., decembrie 2013

2. În tetraedrul $ABCD$ cu toate muchiile congruente, fie $DO \perp (ABC)$, $O \in (ABC)$. Punctul M este proiecția punctului O pe muchia $[DB]$ și $MC = 2\sqrt{7}$ cm. Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreapta MC și planul (BOD) .

Testarea Națională, 2007

3. În cubul $ABCD A' B' C' D'$, punctul M este mijlocul $[CC']$, S mijlocul $[BM]$, T mijlocul $[AS]$ și $\{P\} = A'T \cap (ABC)$. Dacă $AB = 4$ cm, atunci determinați lungimea segmentului $[PT]$.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

4. Arătați că nu există două numere prime astfel încât suma cuburilor lor să fie egală cu cubul mediei lor aritmetice.

Ionuț Mazalu, Brăila

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a VII-a

1. Fie paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle A) < 90^\circ$. Dacă $AM \perp BC$, $M \in BC$, $AQ \perp CD$, $Q \in CD$, $CN \perp AB$, $N \in AB$ și $CP \perp AD$, $P \in AD$, atunci demonstrați că patrulaterul $MNPQ$ este dreptunghi.

Daniela Tilincă și Adriana Mihăilă, Brăila

2. Determinați numerele de forma \overline{ab} astfel încât $\sqrt{a + \sqrt{ab}} = a$.

Supliment, G.M., noiembrie 2013

3. Fie dreptunghiul $ABCD$ și punctele M pe (AB) , P , Q pe (AD) și R , T pe (BC) . Demonstrați că centrele de greutate ale triunghiurilor MPR , MPT , MQR și MQT sunt coliniare.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

4. Determinați numerele întregi x și y pentru care:

$$\|x - 3\| + \|y - 2x\| = 3.$$

Supliment, G.M., noiembrie 2013

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a VI-a

1. a) Arătați că $\frac{1}{4 \cdot 10} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10} \right)$.

b) Arătați că $\frac{1}{4 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 22} + \dots + \frac{1}{2008 \cdot 2014} < 0,5$.

2. Se dă unghiul alungit $\sphericalangle AOB$ și punctele C și D situate în semiplane opuse față de dreapta AB astfel încât, $m(\sphericalangle COD) = 80^\circ$. Dacă $[ON]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOC$, $[OM]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOD$ și $m(\sphericalangle BOC) = 150^\circ$, atunci calculați măsura unghiului $\sphericalangle MON$.

Supliment, G.M., noiembrie 2013

3. Se consideră ecuația $x^5 + y^2 = z^3$, unde x, y și z sunt numere naturale nenule. O soluție a acestei ecuații este un triplet de numere natural nenule (a, b, c) cu proprietatea că $a^5 + b^2 = c^3$.

a) Arătați că tripletul $(3, 10, 7)$ este soluție a ecuației date.

b) Determinați o soluție a ecuației date de forma $(2^m, 2^n, 2^p)$, unde m, n și p sunt numere naturale.

G.M., nr. 12, 2013

4. Fie $C \in (AB)$ și punctele P, M, T mijloacele segmentelor (AB) , (AC) și (MP) . Dacă $2 \cdot AC - BC = 40$ cm, atunci determinați lungimea segmentului $[TC]$.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.

2. Timpul efectiv de lucru este de două ore.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a V-a

1. Determinați mulțimile A și B pentru care sunt îndeplinite simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

ii) $A \setminus B = \{1, 3, 5\}$;

iii) $B \setminus A = \{2, 6\}$.

Supliment, G.M., decembrie 2013

2. Se consideră șirul de numere naturale 3, 10, 17, 24, 31,

a) Determinați al 2014-lea termen al șirului.

b) Determinați numerele x și y știind că sunt termeni consecutivi ai șirului și $x < 608 < y$.

Ionuț Mazalu, Brăila

3. Calculați suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 27 dau câtul egal cu dublul restului.

Daniela Tilincă și Adriana Mihăilă, Brăila

4. Determinați toate numerele naturale de forma \overline{ab} știind că suma cifrelor numărului \overline{ab} este egală cu suma cifrelor numărului $5 \cdot \overline{ab}$.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.

2. Timpul efectiv de lucru este de două ore.