INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

Simulare, Bacalaureat, 17 decembrie 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate_info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Ştiind că $z \in \mathbb{C}$ şi că $z^2 - z + 1 = 0$, să se calculeze $z^2 + \frac{1}{z^2}$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 3$, unde m este un parametru real. Determinaţi *m* ştiind că în $x = -3$ funcţia f are valoarea minimă.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1} = 5 - x$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulţimea $\left\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, ..., \sqrt{100}\right\}$, acesta să aibă partea întreagă egală cu 5.

5p **5** Se consideră paralelogramul *ABCD* şi punctele *E* şi *F* astfel încât $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$ şi $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{FE}$. Să se demonstreze că punctele *A*, *F* şi *C* sunt coliniare.

5p **6.** Calculaţi aria triunghiului *ABC*, ştiind că $AB = 8$, $AC = 10$ şi $\cos A = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

8p ***a)*** Să se arate că $A\left(A^2 + 6I_3\right) = O_3$.

7p ***b)*** Să se arate că $\det\left(I_3 + xA^2\right) \geq 0$, pentru orice *x* număr real.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie "$\circ$" prin $x \circ y = xy - 7x - 7y + 56$.

7p ***a)*** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie "$\circ$".

8p ***b)*** Rezolvaţi ecuaţia $x \circ x \circ x \circ x = 7$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

8p ***a)*** Să se determine asimptotele funcţiei *f*.

7p ***b)*** Să se determine punctele de extrem ale funcţiei *f*.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}, & x \geq 1 \\ (x-1)e^x, & x < 1 \end{cases}$.

8p ***a)*** Arătaţi că funcţia *f* admite primitive pe $\mathbb{R}$.

7p ***b)*** Determinaţi primitiva funcţiei *f*, al cărei grafic conţine punctul $A(1,0)$.