

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Subiectul I (30 puncte)

- 5p 1. Arătați că $4(2 + \sqrt{2}) - 4\sqrt{2} = 8$.
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x-1)^2 - x^2 - 5 = 0$.
- 5p 3. Determinați termenul a_{10} al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_9 + a_{11} = 4$.
- 5p 4. O persoană are salariul de 1000 lei. Determinați salariul persoanei, după o creștere a acestuia cu 5%.
- 5p 5. Să se determine distanța dintre punctele $A(3, -1)$ și $B(-1, 2)$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , unde $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$. Calculați $\sin B$.

Subiectul II (30 puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 4 & x & x \\ x & 4 & x \\ x & x & 4 \end{pmatrix}$.
- 7p a) Calculați $\det(A(0))$.
- 8p b) Determinați numărul real x pentru care $\det(A(x)) = 64$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$.
- 7p a) Să se determine elementul neutru al legii.
- 8p b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 7p a) Arătați că $f'(x) = (x+1) \cdot e^x$, pentru orice număr real x .
- 8p b) Verificați dacă $f''(x) + f(x) = 2f'(x)$.
2. Se consideră funcțiile $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $F(x) = x - \ln x$.
- 5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 10p b) Să se calculeze $\int F(x) \cdot f(x) dx$.